



UNIVERSIDAD CENTROAMERICANA "JOSÉ SIMEÓN CAÑAS" (UCA)
FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
DEPARTAMENTO DE ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO (DOE)

DOCUMENTO TEXTO 2

PRINCIPIOS DE DISEÑO PARA INGENIERÍA

GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

Preparado por **Herbert Ernesto Granillo Dubón**. Catedrático de la Asignatura.

El presente documento es parte de los textos de la asignatura y tiene por finalidad proveer el apoyo teórico de las clases y talleres de acuerdo al nuevo programa que se desarrollará a partir del ciclo II de 2004.

INDICE

INDICE	1
PRINCIPIOS DE DISEÑO PARA INGENIERÍA: GEOMETRÍA DESCRIPTIVA	4
SISTEMAS DE PROYECCIÓN	4
SISTEMA DE PROYECCIÓN ORTOGONAL	4
LA MONTEA ó FIGURA DESCRIPTIVA.....	8
PROYECTANTES.....	11
ELEMENTOS GEOMÉTRICOS EN EL ESPACIO	14
LA RECTA.....	14
POSICIONES RELATIVAS DE LAS RECTAS	15
POSICIONES RELATIVAS ENTRE RECTAS ó ENTRE PLANOS ó RECTAS	17
PARALELISMO ENTRE UNA RECTA Y UN PLANO.	19
TIPOLOGIA DE LOS PLANOS.	21
ILUSTRACIONES	
<i>Ilustración 1 Figuras Espaciales.....</i>	<i>5</i>
<i>Ilustración 2 Cuadrantes.....</i>	<i>7</i>
<i>Ilustración 3 Desplegado de la Figura Descriptiva.....</i>	<i>9</i>
<i>Ilustración 4 Montea</i>	<i>9</i>
<i>Ilustración 5 Desplegado con 4 Cuadrantes</i>	<i>10</i>
<i>Ilustración 6 Montea de 4 Cuadrantes.....</i>	<i>10</i>
<i>Ilustración 7 Proyecciones del Punto Fig. Espacial y Montea.....</i>	<i>11</i>
<i>Ilustración 8 Proyecctantes de la Línea</i>	<i>11</i>
<i>Ilustración 9 Proyección de los puntos m, n, p y q.....</i>	<i>13</i>
<i>Ilustración 10 Montea de los puntos m, n, p y q.....</i>	<i>13</i>
<i>Ilustración 11 Posiciones Relativas de la Recta</i>	<i>16</i>
<i>Ilustración 12 Criterio de existencia de rectas y planos paralelos.....</i>	<i>20</i>
<i>Ilustración 13 Plano Horizontal</i>	<i>21</i>
<i>Ilustración 14 Plano de Canto.....</i>	<i>21</i>
<i>Ilustración 15 Plano Frontal</i>	<i>22</i>

UNIVERSIDAD CENTROAMERICANA JOSÉ SIMEÓN CAÑAS

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

DEPTO. DE ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO

<i>Ilustración 16 Plano Vertical</i>	22
<i>Ilustración 17 Plano de Perfil</i>	23
<i>Ilustración 18 Plano Paralelo a LT</i>	24
<i>Ilustración 19 "Pendientes de un Plano"</i>	26
<i>Ilustración 20 Trazo de la RMP</i>	27

PRINCIPIOS DE DISEÑO PARA INGENIERÍA: GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

Sistemas de Proyección

Un sistema de proyección es aquel conjunto de métodos gráficos bidimensionales que permiten presentar un objeto tridimensional. Uno de estos sistemas es la Proyección Diédrica y que consiste en la utilización de dos planos de proyección que reflejan dos “vistas” diferentes de un objeto tridimensional. Estos dos planos de proyección son perpendiculares entre sí, es decir ortogonales, y por lo general son suficientes para representar las dimensiones de un objeto en el espacio.

Podemos asumir que para representar un objeto tridimensional en una hoja de papel, es necesario que “dividamos” en varias vistas el objeto. Por ejemplo en caso de un edificio dividimos las vistas en varios alzados o fachadas para que podamos apreciar las dimensiones y proporciones del edificio ya terminado. Esta situación es practicada por nosotros de manera natural, sin necesidad de ningún adiestramiento especial. Nuestra primera reacción ante un objeto nuevo, como el caso de un nuevo modelo de automóvil, nuestra primera reacción es caminar alrededor de este para darnos una mejor idea de cómo son sus proporciones y en todos sus lados, ya que consideramos que una sola vista es insuficiente.

SISTEMA DE PROYECCIÓN ORTOGONAL

Es aquel que utiliza la proyección perpendicular¹ del punto hacia los planos de proyección. Este sistema permite que podamos utilizar las tres coordenadas x, y, z. Los Planos de proyección son ortogonales, perpendiculares entre sí, y se unen los verticales con el horizontal mediante una línea en común denominada Línea de Tierra (LT).

Existen muchos sistemas de coordenadas dependiendo de los usos que se les den. Desde el sistema Geodésico² (*Surveyor*, en inglés) que utiliza las dimensiones Latitud, Longitud y altura o Cota; este difiere de los otros sistemas porque las superficies de proyección no son ni planas, ni perpendiculares entre sí. Por convencionalismos la tierra, que es una esfera; ha sido dividida en Longitud Este y Oeste. La tierra se divide en líneas imaginarias que van de los polos Sur y Norte denominados Meridianos. El meridiano de Greenwich es lo que marca la Longitud Cero y de allí se comienza a contar los 180 grados Este y los 180 grados Oeste. La Latitud ha sido dividida en Latitud Norte y Sur. La Tierra se divide en líneas imaginarias que denominamos Latitudes (al igual que los Usos Horarios); en círculos concéntricos de los polos a la línea ecuatorial en dos latitudes, los 90 grados Norte y los 90 grados Sur; y por último desde el nivel del mar las Cotas. Por lo tanto cualquier punto del planeta tiene una ubicación geodésica única y absoluta. Las unidades de dimensión son arcos medidas en grados, minutos y segundos

¹ Se utiliza la proyección perpendicular por el principio de “distancia” entre un punto y un plano, ya que es la relación geométrica de carácter único entre ambos.

² Se refiere a las medidas de la tierra, sistema de coordenadas global.

para la longitud y latitud. Para la cota se utilizan pies o metros seguidos de las letras que indican la unidad utilizada, Vg. : m.s.m. (Metros Sobre el Nivel del Mar)

En un sistema diédrico (Dos Planos de Proyección) utilizaremos un Plano de Proyección Horizontal (PPH) que nos permita determinar el Alejamiento y el Margen ó Profundidad; y un segundo Plano de Proyección Vertical (PPV, Perpendicular al primero, por lo tanto Ortogonales entre si) donde anotaremos la Cota y el Margen o Profundidad. Notemos que el dato en común a ambos Planos de Proyección es la dimensión de Margen o Profundidad. En algunos casos los PPH y PPV son *insuficientes* para describir un objeto ubicado en un espacio de tres dimensiones, por eso recurrimos a un tercer plano de proyección, auxiliar, llamado Plano de Proyección de Perfil o Fondo (PPF); este tercer plano de proyección ortogonal a los dos primeros, refleja dos dimensiones: la Cota y el Alejamiento. Cuando utilizamos el PPF el sistema pasa de ser Diédrico a uno Triédrico.

Por ultimo nos referiremos a los valores de *las* tres dimensiones, donde se aceptan Alejamientos y *Cotas* negativas, provocando la división del espacio Ortogonal en Cuatro Cuadrantes. Presentamos las siguientes ilustraciones para entender mejor todo lo explicado anteriormente.

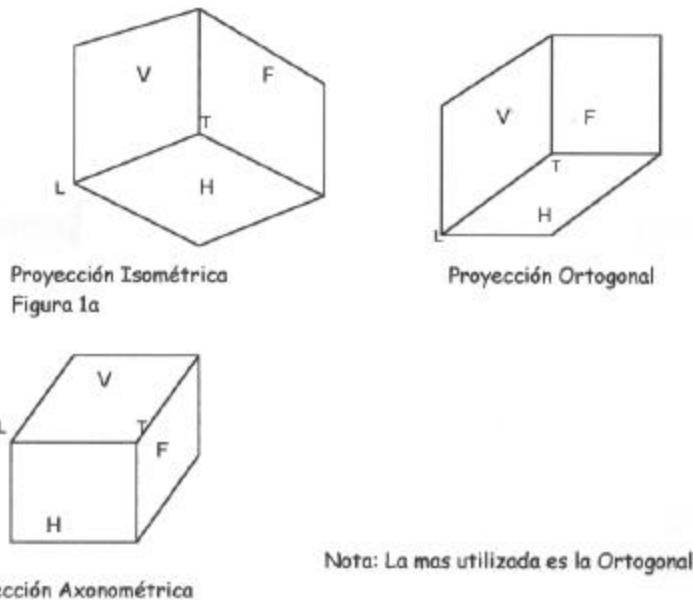


Ilustración 1 Figuras Espaciales

La Ilustración anterior muestra tres dibujos, el primero en Isométrico, de *ISOS* igual, *METROS*, medida, la representación de los tres planos de proyección, Horizontal (H), Vertical (V) y de Perfil (F); también se indica la Línea de Tierra (LT). La proyección isométrica es un recurso para representar objetos tridimensionales en un medio bidimensional, el papel. La segunda figura presenta el mismo dibujo, desde una Proyección Ortogonal a 45°. La tercera presenta lo mismo que lo anterior desde una proyección Axonométrica, de *AXOS* ejes, en su variante: a 60°, monoescalar. Se siguen unas reglas sencillas que permiten realizar *estas* proyecciones, el isométrico a 30 grados, la ortogonal a 45 grados y el axonométrico a 60 grados.

UNIVERSIDAD CENTROAMERICANA JOSÉ SIMEÓN CAÑAS

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

DEPTO. DE ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO

En el PPV solo puede presentar la Profundidad y la Cota. Si nos detenemos aquí vemos que con el PPH y PPV presentas las tres dimensiones o coordenadas suficientes para ubicar al punto. El PPF es auxiliar y representa solamente al Alejamiento y la Cota.

Cuando representamos dimensiones, como la recta y el plano, por medio de varios puntos, debemos saber cuando estas se presentan en "Verdadera Magnitud" (VM). Los PP proyectan verdaderas magnitudes cuando las rectas y los planos son paralelos a estos.

Observe que en la figura Isométrica los tres planos de proyección están deformados, porque no forman verdaderos ángulos rectos en las esquinas: en cambio en la segunda figura el Plano de Perfil es paralelo a nuestro plano de visión: por lo tanto también las dimensiones de cota y alejamiento se presenta paralelas a nosotros. La proyección axonométrica presenta sin deformación solamente la vista Horizontal ó "vista en Planta".

Volviendo a las particularidades de los diferentes tipos de anotación los mas utilizados en nuestro medio, para describir las tres dimensiones en el espacio, son:

1. Margen, Alejamiento y Cota: El primer valor numérico indica la ubicación del punto, medidas de izquierda a derecha sobre la Línea de Tierra (LT). El segundo valor numérico se refiere a la distancia perpendicular del punto medidas desde un Plano de Proyección Vertical y que se "reflejan" o anotan en el Plano Horizontal desde la LT. El tercer valor indica la Cota o Elevación, se anota en el Plano Vertical medido perpendicularmente desde LT; indica la distancia o altura del punto sobre el Plano Horizontal.

2. Alejamiento, Cota y Profundidad: donde el Alejamiento y la Cota se miden igual que el anterior, siendo respectivamente el primero y segundos valores numéricos. El tercer valor numérico es la profundidad, que refleja la distancia del punto, medidas perpendicularmente, hacia o desde un tercer plano de proyección (Sist. Triédrico) denominado Plano de Fondo ó Perfil. Por lo tanto esta medición se efectúa sobre la LT de derecha a izquierda. Este sistema de anotada acepta como origen el punto de conjunción de los tres planos de proyección como el Origen (0,0,0).

3 X; Y, Z: (Coordenadas matemáticas que utilizan los actuales sistemas CAD* donde X es la dimensión que vemos en planta como ancho o Alejamiento; donde Y es la Profundidad; y Z es la Altura o Cota.

Las proyecciones Isométricas y Axométricas se verán mas adelante y todas son muy utilizadas en diferentes representaciones, el isométrico en dibujo mecánico y el axonométrico en arquitectura y topografía.

Como las dimensiones mas afectadas positiva o negativamente son la cota y el alejamiento la proyección Ortogonal es mas utilizada. Se debe a que con las escuadras

* C.A.D. (Computer Aided Design or Drafting) Dibujo o Diseño Asistido por Computadoras que utilizan el sistema de coordenadas X, Y, o Z cuando son Software 3D ó capacidad 3D. Entre ellos el mas popular (y completo) Auto CAD by Autodesk® en versiones mas recientes y desde la versión 3.0 hasta la actual 2005 utilizan el sistema de coordenadas X, Y y Z (default Coordinates), pero también pueden modificarse o personalizarse mediante un sencillo sistema de comandos de ventana, que desde las versiones 12 (R 12.0 MSWindows 3.1) permiten alterar a conveniencia las coordenadas X, Y y Z

podemos trazar las dimensiones de Cota y Alejamiento. Sin embargo es muy importante que nos vayamos acostumbrando a la representación de objetos tridimensionales por medio de la Figura descriptiva. La figura descriptiva o "montea" nos facilita realizar dibujos de precisión, es decir con absoluto control de las dimensiones y escalas, que requiere la ingeniería.

Cada punto tiene Alejamiento, Cota y Profundidad o Margen y por lo tanto resulta "proyectado" en cada Plano de Proyección (PP). Como cada PP es bidimensional solo puede presentarse dos dimensiones del punto a la vez. En el Plano de Proyección Horizontal (PPH) cada punto presenta Profundidad o Margen y el los ejes de coordenadas como acostumbramos a realizarlos en Matemáticas, ó en la pantalla del monitor según sea el caso, el eje Z sería perpendicular del papel o monitor hacia nosotros. En otra palabras cuando usamos el sistema bidimensional "X-Y" nos encontramos trabajando en el plano horizontal y la "Línea de Tierra" es este caso el eje Y.

De antemano sabíamos que un punto es una entidad sin dimensiones, solamente expresa posición, por otra parte una línea es una entidad compuesta por una sucesión de puntos en una dirección. Es por eso que la línea es unidimensional, solamente representa dirección, un solo valor. Un plano es bidimensional, es decir presenta dos direcciones o dimensiones; se compone de mover un punto en dos direcciones. El punto, la línea y el plano son referentes conceptuales teóricos, y no existen en la realidad. Todo objeto físico de la realidad tiene volumen que puede ser definido por una posición, una dirección, etc.

Veamos ahora el concepto de Cuadrantes que explicaremos con el grafico siguiente (Fig. 2) que representa al división del espacio que hacen los planos Horizontal y Vertical. Como puede observarse se muestran cuatro zonas, por ello llamadas "cuadrantes", y se numeran (en romanos):

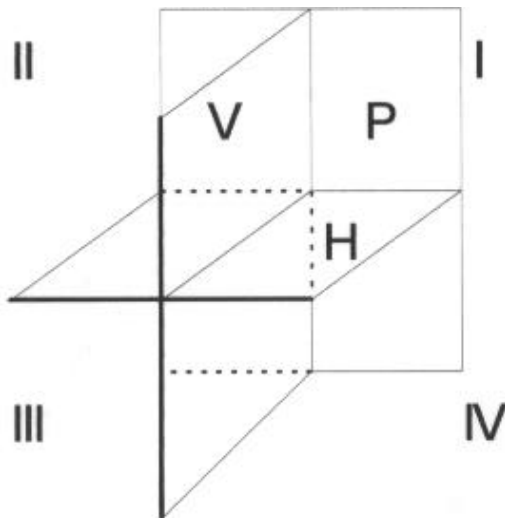


Ilustración 2 Cuadrantes

"I" Primer Cuadrante donde se encuentran aquellos puntos que tienen alejamiento positivo y cota positiva. "II" Segundo Cuadrante donde el Alejamiento se presenta como valor negativo, detrás de PPV, y la Cota positiva, sobre PPH. "III" Tercer Cuadrante

UNIVERSIDAD CENTROAMERICANA JOSÉ SIMEÓN CAÑAS

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

DEPTO. DE ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO

donde ambos valores, Alejamiento y Cota se presentan con signo negativo. "IV" *Cuarto* Cuadrante donde el único valor negativo es la Cota, pues el Alejamiento resulta positivo. En todos los cuadrantes, el valor de Margen o Profundidad se toma como positivo para los dos *sistemas* de coordenadas explicados. En el sistema matemático (o CAD) todas las coordenadas pueden tener signo positivo; además no se reconoce el sistema de cuadrantes, ni mucho menos Planos de Proyección; esto razón obliga « un mejor adiestramiento previo del usuario de programas CAD.

Tabla 1 Signo de los Cuadrantes

CUADRANTE	I	II	III	IV
ALEJAMIENTO	POSITIVO	NEGATIVO	NEGATIVO	POSITIVO
COTA	POSITIVA	POSITIVA	NEGATIVA	NEGATIVA
MARGEN o PROFUNDIDAD	POSITIVO	POSITIVO	POSITIVO	POSITIVO

Cuando se dan las coordenadas de un punto es muy importante identificar el signo que precede a cada número, pues es fundamental que sepamos su posición en los cuadrantes.

LA MONTEA Ó FIGURA DESCRIPTIVA

Se denomina figura descriptiva o monte a aquella representación bidimensional que representa los planos de proyección. En realidad no presenta una verdadera figura espacial, sino más bien se trata de un "desplegado" de los Planos de Proyección. Es un recurso para representar en papel, dibujo bidimensional, la figura volumétrica o espacial. Las proyecciones isométricas, ortogonales a 45° ó axonométricas (o incluso perspectivas) no son más que simulaciones de lo que vemos en realidad, y difícilmente podemos controlar en estos dibujos la escala, la proporción y verdaderas magnitudes de los objetos allí representados. En cambio la figura descriptiva si puede ser utilizada para obtener información con suficiente precisión que requiere la Ingeniería, y solamente puede ser sustituido en precisión y recursos de manipulación del dibujo por medio del uso de computadoras y poderosos programas ó "software" tipo CAD 3D. Por el momento no existen disponibles en el mercado programas CAD que le permitan a un usuario que no tenga los conocimientos básicos de Geometría Bi y Tridimensional para que pueda manipularlos. Por ejemplo el Auto CAD requiere de un alto conocimiento de geometría y mucho tiempo y esfuerzo para dominar lo básico del dibujo bidimensional. Por otra parte otros poderosos software, MicroStation, Vector Works y GeoCALC requieren conocimientos de trigonometría y topografía, incluso de geodesia. Todos los programas mencionados son para uso profesional en ingeniería y arquitectura, que se popularizan cada vez más, pero requieren mucho entrenamiento a pesar de lo que diga la publicidad en las revistas especializadas.

La Figura Descriptiva, como lo expresamos anteriormente, es un desplegado de varios planos ortogonales. Imaginemos que desarmamos una caja de cartón, desdoblado las diversas caras que la componen, a tal punto de que llegamos a obtener

todas las caras en un solo plano. Si regresamos a la figura 2 vemos que el plano vertical y horizontal son perpendiculares entre si, que se encuentran unidos o interceptados por LT. Si ocupamos LT como eje y giramos hasta alcanzar la horizontalidad, el Vertical se confundirá con el plano Horizontal.

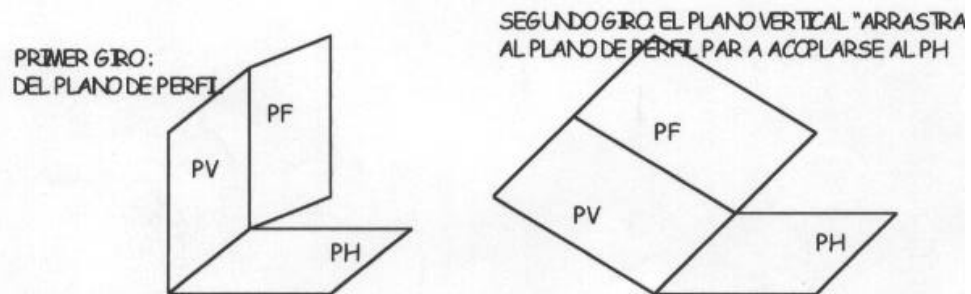


Ilustración 3 Desplegado de la Figura Descriptiva

Por lo tanto todos aquellos elementos que se encuentren reflejados o no en el plano Vertical son "arrastrados" en este giro y se confundirán con el plano Horizontal. de esta manera tenemos PPH y PPV dibujados como un mismo plano. Si tomamos en cuenta también el plano PPF ó PPP este primero giraría, como lo hace una puerta, hasta ponerse a la par de PPV, y luego ambos se pliegan hacia PPH

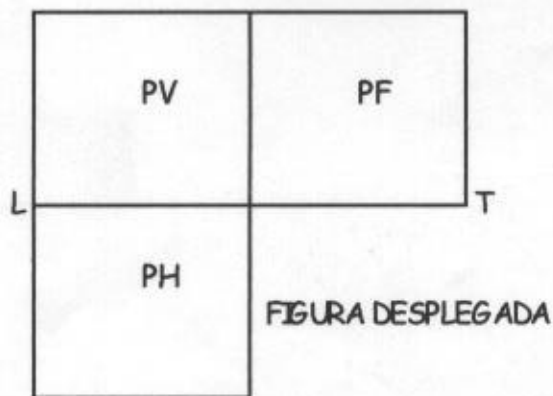


Ilustración 4 Montea

Este tipo de desplegado crea cierta confusión, y no se entiende sin antes conocer los conceptos de proyección de un punto, una recta o un plano, pues la razón de todo esto no es el de confundir, sino mas bien el que podamos trabajar mas cómodamente las tres dimensiones mediante el uso de instrumentos simples. Lo primero que debemos tomar en cuenta es que una hoja de papel difícilmente podría ayudarnos a representar un objeto volumétrico, por ejemplo una pieza mecánica, si solo contamos con los instrumentos comunes y corrientes de dibujo. La otra manera de manipular un volumen es creándolo como un modelo de arcilla y así poder controlar su ancho, largo y altura.

Adicionalmente podemos ampliar que el abatimiento o giro de los PP con cuatro cuadrantes se explican el siguiente grafico (Fig. 5):

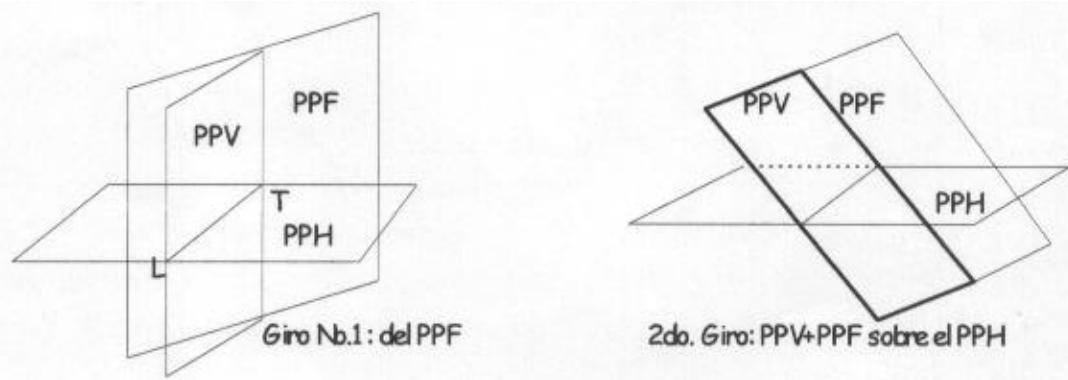


Ilustración 5 Desplegado con 4 Cuadrantes

Primero se gira el PPF hasta quedar en el mismo plano (Coplanar) con el PPV. El segundo giro se realiza cuando PPV (y PPF) se abaten o giran contra el PPH; de esta manera todos los PP resultan coplanares. Recuerde que los PP representan proyecciones de objetos en el espacio termina resultando, después de estos giros en la figura siguiente (Fig. 7) denominada Figura descriptiva ó Montea:

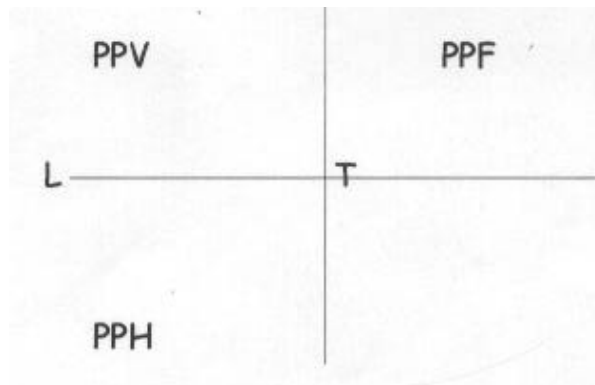


Ilustración 6 Montea de 4 Cuadrantes

Las proyecciones del punto son como se indican en el dibujo de la Fig. 10, son determinadas a cada Plano de Proyección por medio de rayos o rectas proyectantes perpendiculares o normales al PP. Cada punto genera proyecciones a cada PP y se utiliza la nomenclatura siguiente:

P_H = del PPH (Plano de Proyección Horizontal)

P_v = del PPV (Plano de Proyección Vertical)

P_p : del PPP (Plano de Proyección de Fondo ó Perfil)

La letra subíndice H, V ó P indicará a que proyección pertenece el punto. Esta nomenclatura facilita la identificación de la proyección especialmente cuando utilizamos la Figura Descriptiva ó Montea porque se sobreponen todas las PP. Para determinar una recta hacen falta dos puntos, y cada uno de ellos proyecta su respectiva proyección a cada PP.

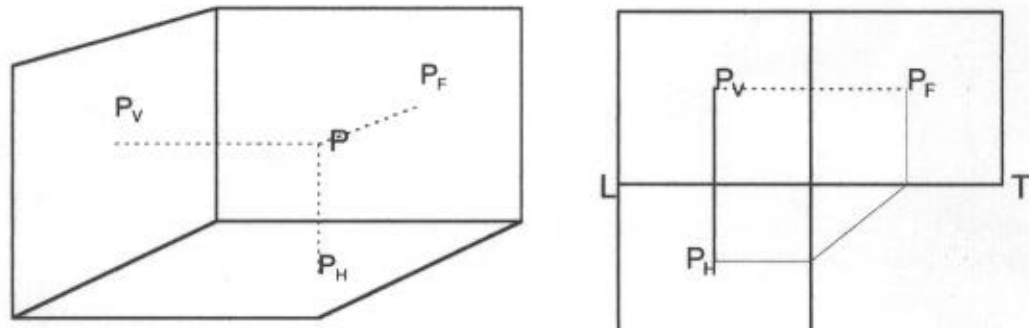


Ilustración 7 Proyecciones del Punto Fig. Espacial y Montea

PROYECTANTES.

También decimos que una recta es una sucesión de puntos en una dirección, por lo que podemos decir que una recta está compuesta por una sucesión de puntos. Si cada punto genera un rayo proyectante, el conjunto de rayos proyectantes forma una "cortina" de rayos que llamaremos Plano Proyectante (NO confundir con Plano de Proyección (PP)). Se ilustra a continuación una línea, no recta, para explicar en qué consiste el Plano Proyectante, y un Plano de Proyección cualquiera.

Este concepto nos sería muy útil más adelante para resolver la intersección de rectas y planos., dado que el Plano Proyectante nos resultaría un plano auxiliar conceptualmente valioso.

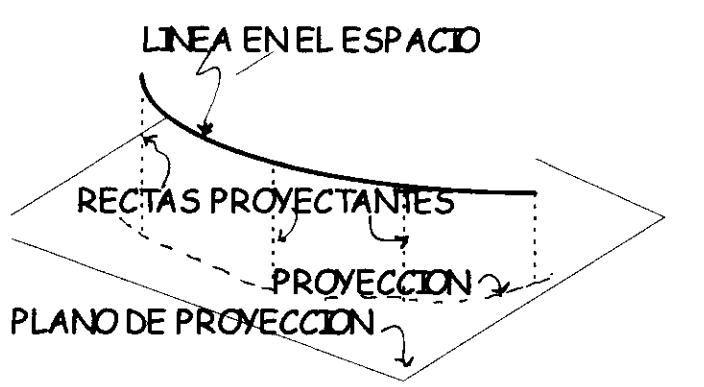


Ilustración 8 Proyectantes de la Línea

La figura descriptiva es utilizada para facilitar la resolución de problemas y veremos a continuación ejemplos de la proyección del punto. Para generalizar la comprensión presentamos los tres tipos de anotación de coordenadas, primero el sistema **MAC** (Margen, Alejamiento y Cota); en segundo lugar es sistema **ACP** (Alejamiento, Cota y Profundidad), y por último el sistema **X,Y,Z** para los programas **CAD** (Computadoras).

Primero presentaremos las coordenadas del mismo punto en sus tres tipos de anotación, luego la figura espacial y por último la montea o figura descriptiva.

Dado el punto **n** con las coordenadas:

M,A,C: (5, 6, 8) Se asume que el plano de perfil está a 10 unidades

UNIVERSIDAD CENTROAMERICANA JOSÉ SIMEÓN CAÑAS

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

DEPTO. DE ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO

margen.

A,C,P: (6,8,5) El plano de perfil está a 0 unidades de fondo(Origen)

X,Y,Z: (6, 5, 8) Se asume el plano de perfil a 10 unidades Y

Observase que los valores correspondientes al Alejamiento y Cota son positivos, por lo que asumimos que el punto se encuentra en el primer cuadrante.

Dado el punto **m** con las coordenadas:

M,A,C: (5, -5, 6) Se asume que el plano de perfil esta a 10 unidades

margen.

A,C,P: (-5,6,5) El plano de perfil esta a 0 unidades de fondo(Origen)

X,Y,Z: (-5, 5, 6) Se asume el plano de perfil a 10 unidades "Y"

Observase que los valores correspondientes al Alejamiento son negativos, por lo que asumimos que el punto se encuentra en el Segundo Cuadrante.

Dado el punto **p** con las coordenadas:

M,A,C: (5, -7, -3) Se asume que el plano de perfil esta a 10 unidades

margen.

A,C,P: (-7,-3,5) El plano de perfil está a 0 unidades de fondo(Origen)

X,Y,Z: (-7, 5, -3) Se asume el plano de perfil a 10 unidades Y

Observase que los valores correspondientes al Alejamiento y Cota son negativos, por lo que asumimos que el punto se encuentra en el tercer cuadrante.

Dado el punto **q** con las coordenadas:

M,A,C: (5, 5, -6) Se asume que el plano de perfil esta a 10 unidades

margen.

A,C,P: (5,-6,5) El plano de perfil está a 0 unidades de fondo(Origen)

X,Y,Z: (5, 5, -6) Se asume el plano de perfil a 10 unidades Y

Observase que los valores correspondientes al Alejamiento y Cota son negativos, por lo que asumimos que el punto se encuentra en el cuarto cuadrante.

La gráfica siguiente nos muestra esquemáticamente las posiciones de los puntos m, n, p y q en la figura espacial y a continuación la figura descriptiva.

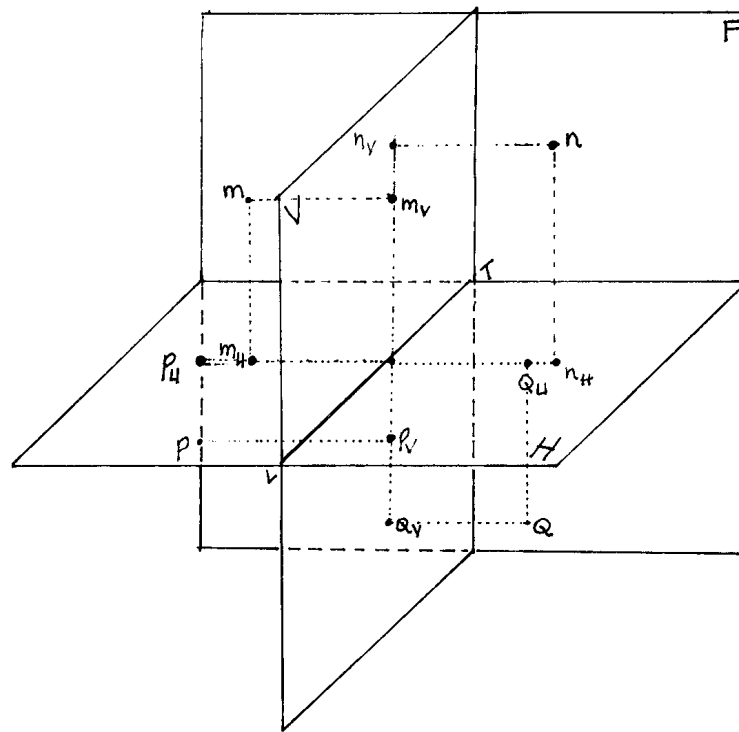


Ilustración 9 Proyección de los puntos m, n, p y q

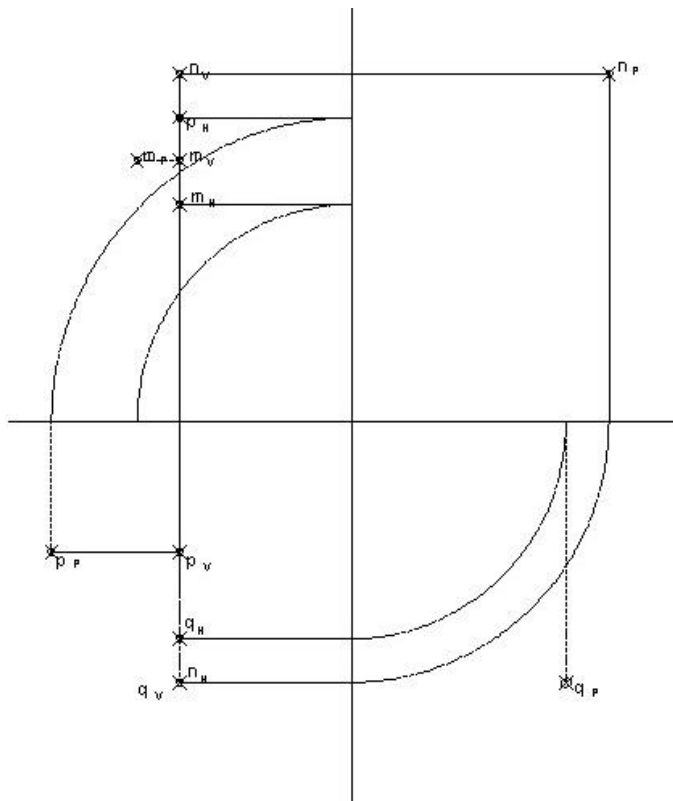


Ilustración 10 Montea de los puntos m, n, p y q.

Análisis

El punto **m** presenta alejamiento positivo, por lo tanto la proyección horizontal (m_H) se ubicará bajo la Línea de Tierra (LT). La cota positiva del punto **m** obliga a colocar la proyección vertical (m_V) sobre la LT. La proyección de perfil o fondo (m_P) se presenta en el rectángulo superior derecho porque el punto pertenece al Primer Cuadrante (I). Recordemos que debido a los giros de abatimiento de los planos de proyección para formar la figura descriptiva, el PPP3 lo vemos completo con los cuatro cuadrantes (Ver esquema inicial de la secuencia).

El punto **n** presenta alejamiento negativo, por lo tanto la proyección horizontal (n_H) se ubicará sobre la Línea de Tierra (LT). La cota positiva del punto **n** obliga a colocar la proyección vertical (n_V) sobre la LT. La proyección de perfil o fondo (n_P) se presenta en el rectángulo superior izquierdo. Nótese que las tres proyecciones se encuentran en el mismo rectángulo confundidas. Para que no nos confundamos es importante la nomenclatura del punto que indique con un subíndice la proyección respectiva.

El punto **p** presenta alejamiento negativo, por lo tanto la proyección horizontal (p_H) se ubican sobre la Línea de Tierra (LT). La cota negativa del punto **p** obliga a colocar la proyección vertical (p_V) bajo la LT. La proyección de perfil o fondo (p_P) se presenta en el rectángulo inferior izquierdo. Nótese que dos proyecciones se encuentran en el mismo rectángulo confundidas.

El punto **r** presenta alejamiento positivo, por lo tanto la proyección horizontal (r_H) se ubicará bajo la Línea de Tierra (LT). La cota negativa del punto **r** obliga a colocar también la proyección vertical (r_V) bajo la LT. La proyección de perfil o fondo (r_P) se presenta en el rectángulo inferior derecho. Nótese que dos proyecciones se encuentran en el mismo rectángulo confundidas.

Elementos Geométricos en el Espacio

LA RECTA

Como decíamos anteriormente la recta nos muestra una dimensión ó una dirección y por esta razón, cobra importancia sus cualidades "relativas". Cuando

decimos relativas nos referimos a posiciones o relaciones con algún elemento ubicado en el espacio. Dado su carácter unidimensional solo puede relacionarse el ángulo formado con otra línea o plano, por lo que existen posiciones relativas a lo Planos de Proyección o relativas a otras Rectas o Planos. Además la línea, sea o no recta, nos puede servir como eje y dirección.

Veamos específicamente la Recta en sus posiciones relativas a los Planos de Proyección que por convencionalismos llevan estos nombres (Ver Anexo B):

³ NOTA: El PPP o PPF gira hasta confundirse con el PPV, pero es importante reconocer que PPF tiene necesariamente cuatro (4) zonas, y cada una representa a cada cuadrante. Es decir que como plano de proyección el PPF es mas grande que los otros dos. Aún así es un plano auxiliar y solamente debemos utilizarlo en caso necesario.

POSICIONES RELATIVAS DE LAS RECTAS

HORIZONTAL.

Se presenta paralela al PPH y en posición oblicua a los planos PPV y PPF. Su proyección vertical es una recta paralela a LT ya que todos los puntos pertenecientes a ella tienen la misma cota. Jamás toca o intercepta al PPH (NO TIENE TRAZA HORIZ.). Cuando se analizan las coordenadas de sus puntos observamos que el valor COTA es una constante.

DE PUNTA.

Se presenta paralela al PPH y al PPF; por lo que es perpendicular al PPV. Su proyección vertical se presenta como un punto. En cambio su proyección horizontal es una recta perpendicular a LT. Presenta la misma proyección que la Recta Horizontal en el PPF, y sólo tiene traza en el PPV (Jamás intercepta a los PPH y PPF). Al analizar las coordenadas de sus puntos observamos que los valores de COTA y MARGEN ó PROFUNDIDAD son constantes entre sí.

FRONTO-HORIZONTAL.

En pocas palabras es una recta paralela a LT, por lo tanto es también paralela a PPH y PPV; siendo perpendicular a PPF. Las proyecciones horizontales y verticales se presentan como rectas paralelas a LT, y en el PPF su proyección es sólo un punto. Solamente puede interceptar PPP o PPF.

FRONTAL.

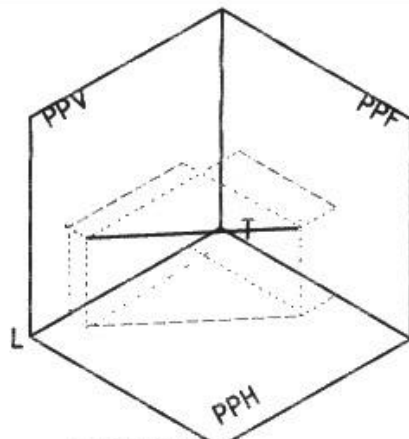
Es una recta paralela al plano vertical, pero presenta inclinación hacia el PPH y el PPF. Su proyección horizontal se presenta como una recta paralela a LT; la proyección de perfil aparenta una recta vertical. Jamás intercepta al PPV (NO TIENE TRAZA VERTICAL). El análisis de las coordenadas de sus puntos nos permite concluir de que los valores de ALEJAMIENTO son una constante.

VERTICAL.

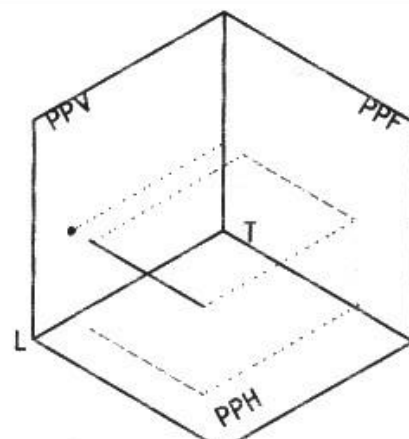
Básicamente es una recta perpendicular al PPH, por lo tanto paralela a los PPV y PPF. La proyección vertical y de perfil se presentan como rectas perpendiculares a LT, y en su proyección horizontal nada más es un punto. El único plano que intercepta es al PPH (SOLO TIENE TRAZA HORIZONTAL). En el análisis de coordenadas vemos que los valores de ALEJAMIENTO son una constante, así como los valores de MARGEN ó PROFUNDIDAD.

De PERFIL.

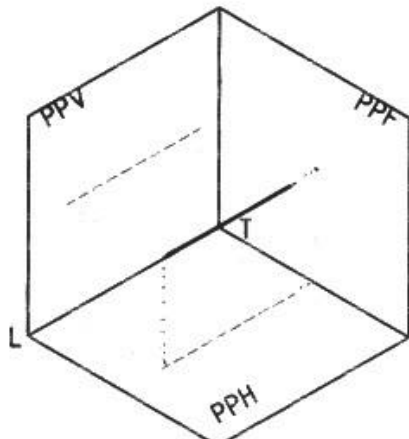
Es toda recta paralela al PPF y oblicua a los PPV y PPH. Presenta sus proyecciones horizontales y verticales como rectas perpendiculares a LT. Hado que es una recta que presenta su verdadera magnitud (V.M.) en el PPF los ángulos respecto a los PPH y PPV se muestran aquí. A excepción de esta recta y la próxima a describir en todas las demás no es necesario recurrir al PPF, y este sólo se recomienda usarse como plano auxiliar, en especial cuando el elemento estudiado presenta paralelismo con éste. Cuando estudiamos las coordenadas de los puntos de la recta que nos ocupa observaremos que todos ellos tienen una constante: el MARGEN ó PROFUNDIDAD.



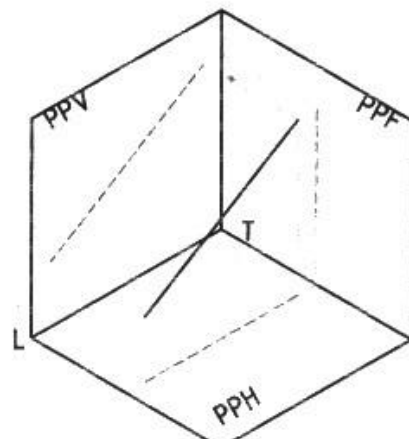
R. HORIZONTAL



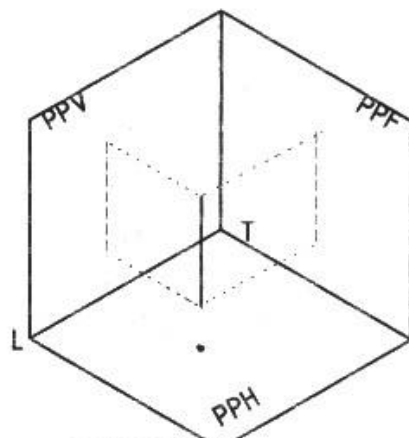
R.de PUNTA



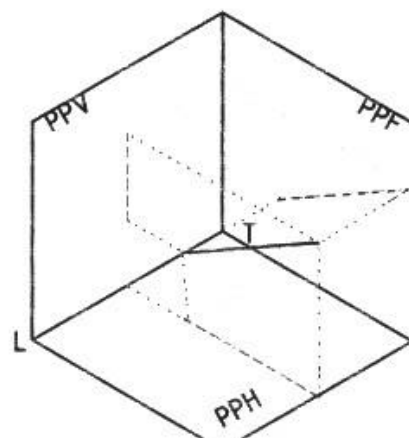
R. FRONTO-HORIZONTAL



R.FRONTAL



R. VERTICAL



R. de PERFIL

Ilustración 11 Posiciones Relativas de la Recta

PERPENDICULAR A LT.

Se trata de una variedad de la recta de Perfil, y que presenta las mismas características que la anterior con la única salvedad de que cada punto perteneciente a ésta recta presenta el mismo valor numérico en el *ALEJAMIENTO* y la *COTA*. Esta recta forma parte de uno de los Planos Bisectores que veremos mas adelante.

Hemos descrito la posiciones relativas de la recta respecto a los planos de proyección, a continuación presentamos las posiciones relativas entre rectas.

En nuestro caso iniciaremos con líneas rectas, pero debemos aprender a reconocer la posición relativa de la recta, mediante el análisis de las coordenadas de los puntos dados.

POSICIONES RELATIVAS ENTRE RECTAS o ENTRE PLANOS o RECTAS

PARALELISMO.

Al igual que la geometría plana dos rectas son paralelas entre sí cuando estas al prolongarse jamás se interceptan, es decir no tienen punto en común en sus prolongaciones. Pero principalmente es que la distancia entre ambas es una constante, y ya que una tercera recta que intersecta a ambas, presenta el mismo ángulo de inclinación con ambas por lo que puede deducirse que si es diferente el ángulo no son paralelas. Dos rectas paralelas pueden determinar un plano ya que tienen la virtud de ser *COPLANARES* (de un mismo plano). Por otra parte dos rectas que no tiene un punto en común, pero que no son paralelas, o sea rectas que se cruzan, jamás formarán un plano, por lo tanto no pueden ser coplanares. Cuando dos rectas son paralelas entre sí, las proyecciones respectivas también son paralelas entre si. Es decir que cuando dos rectas son paralelas entre si, las proyecciones horizontales de ambas son también paralelas, así como sus proyecciones verticales y de perfil entre si. Nos valdremos de esto ultimo para reconocer o probar el paralelismo entre rectas.

INTERCEPCIÓN.

La intercepción es la característica entre dos elementos que convergen en el espacio, siendo la cualidad principal la de contener uno o mas puntos en común. La intercepción que ocurre con rectas es un Punto de Intercepción (No importa si es entre dos rectas, o recta y plano): la intercepción entre planos forma una Recta de Intercepción. No importa el caso o tipología de la intercepción, el concepto será siempre el mismo: Los puntos de intercepción reúnen requisitos de pertenencia a los dos elementos interceptados. Cuando se trata de una recta de intercepción, y esta al prolongarse o no, tiene trazas en los Planos de Proyección serán coincidentes siempre con las trazas de los planos a que pertenece. Cuando los planos no son paralelos a los planos de proyección estos presentan trazas en ellos. Cuando dos planos no paralelos a un plano de proyección se interceptan, presenta también trazas interceptadas. Es precisamente ese punto en común entre trazas el que determina la Traza de la Recta de Intercepción (TRI) de ambos planos.

TRAZA.

Es la intercepción de un elemento con cualquier Plano de Proyección, en el caso de una recta la Traza es un Punto: en el caso de un plano la Traza es una Recta: y de un volumen es un Plano.

PERPENDICULARIDAD.

La perpendicularidad en la geometría tridimensional es un poco mas compleja que en la geometría plana en el aspecto de su determinación. Sabemos que dos rectas son perpendiculares entre sí cuando forman un ángulo recto (de 90°); pero el problema es como probar esa relación. Solamente puede ser determinada, ó medirse, en otras palabras, cuando una de las dos rectas es paralela a un plano de proyección. Puede definirse la perpendicularidad como un caso especial de intercepción porque en efecto lo es. Facilita la determinación conocer el punto de intercepción entre ambas, aunque no es imprescindible. En otro caso, una recta es perpendicular a un plano cuando la recta es perpendicular a dos rectas que pertenezcan al plano. La razón de la perpendicularidad a dos rectas se debe a que es necesario determinarla en dos direcciones para que se cumpla; de otra manera podrá ser perpendicular a una recta del plano, pero no al plano en sí.

CRUCE.

Es bien importante distinguir entre rectas que se cortan o interceptan y rectas que se cruzan, porque las primeras tienen un punto en común, las otras no. Se menciona lo anterior porque las rectas que se cruzan tienen la apariencia de que se interceptan. La apariencia se puede deber al punto de vista, donde podemos tener una recta en primer plano y otra detrás que pueden confundir o simular una intercepción. Dos rectas cuando no tienen un punto en común (No se cortan) y tampoco son paralelas, son rectas que se cruzan. Resumiendo podemos decir que dos rectas pueden tener tres tipos de posiciones relativas (Entre sí) y que podemos definir por **INTERCEPCIÓN, CRUCE Y PARALELISMO.**

LA TRAZA DE UNA RECTA.

Es muy importante determinar lo trazo de una recta especialmente cuando vemos que el punto Traza pertenece tanto al PP como a la misma recta. Por lo tanto si esto es así este punto tendrá un valor 0 (CERO) en al menos una de sus tres proyecciones. Este conocimiento será muy útil mas adelante cuando *tengamos* que resolver problemas mas complejos.

PERTENENCIA DE UNA RECTA A UN PLANO

Podemos probar que una recta pertenece a un plano cuando la recta es definida por dos puntos pertenecientes al plano. También podemos determinarlo cuando la recta corta dos rectas que de antemano sabemos que pertenecen al plano, por ejemplo dos de sus bordes. Pero existe también una serie de condiciones adicionales cuando contamos con las Trazas del plano y de la recta. Cuando una recta tiene traza en un PP y pertenece a un plano x cualquiera, ambas trazas se confunden, es decir que la traza de la recta, un punto, pertenece a la traza respectiva del plano x. En cambio si la recta es paralela (no tiene traza) a un PP, la proyección de la recta en ese PP es paralela a la traza del plano x a que pertenece.

RECTAS NOTABLES DE UN PLANO

Se denominan rectas notables de un plano a aquellas rectas que pertenecen a un plano y que guardan características conocidas., respecto a los PP. Por ejemplo un plano de posición cualquiera, es decir oblicuo a todos los planos de proyección, puede contener rectas Frontales, Horizontales y de Perfil; pero jamás rectas Fronto-Horizontales, de Punta o Verticales. Podemos agrupar las rectas notables en tres grandes grupos, *las Horizontales*, *Las Frontales* y *las de Perfil* del Plano. Como su nombre lo indica las primeras son todas aquellas rectas que pertenecen a un plano y que sean paralelas al PPH; las segundas paralelas al PPV y las terceras al PPF.

Las Horizontales del plano pueden ser:

- ✓ Horizontal,
- ✓ de Punta
- ✓ Fronto-Horizontal.

Las Frontales del plano pueden ser:

- ✓ Frontal
- ✓ Vertical
- ✓ Fronto-Horizontal

Los de Perfil del plano pueden ser:

- ✓ de Perfil
- ✓ de Punta
- ✓ Vertical
- ✓ Perpendicular a LT (Que es una de Perfil especial)

Todo depende del tipo de plano a que pertenecen. Emplearemos estas características mas adelante para resolver muchos problemas, pero para ahondar en sus cualidades debemos primero estudiar otros conceptos de geometría espacial.

Primero veamos las posiciones relativas entre rectas y planos, y luego estudiaremos las posiciones notables de los planos.

PARALELISMO ENTRE UNA RECTA Y UN PLANO.

Se sabe por *GEOMETRIA ELEMENTAL* que una recta es *paralela* a un plano si ésta es paralela a una recta del plano (Criterio de existencia de rectas y planos paralelos). Recíprocamente, un plano es paralelo a una recta si contiene una recta paralela a la recta dada.

Veamos un ejemplo (Fig. 10) donde se muestran dos rectas, **C** y **D**, que se interceptan, recordemos que un plano se forma con dos rectas que se interceptan, y existe una tercera recta **A**, que es paralela a una de las rectas que se interceptan o cortan; la recta **D**. Si las rectas **C** y **D** son coplanares, el plano que forman es paralelo a la recta **A** ya que la distancia, medida perpendicularmente, entre **A** y el plano es una constante.

Vemos que la recta

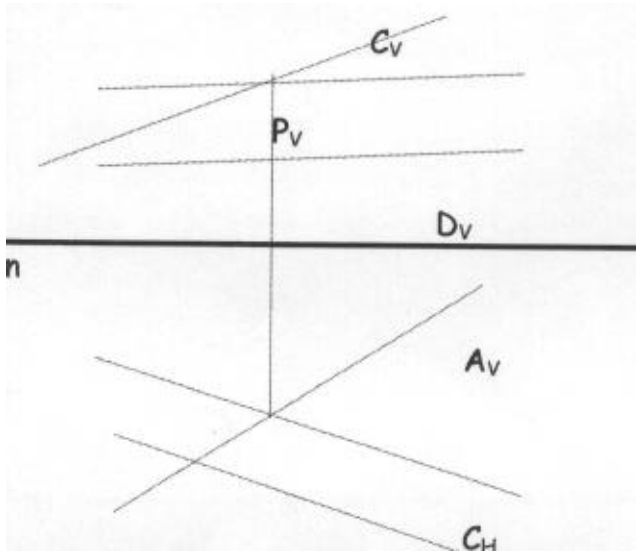


Ilustración 12 Criterio de existencia de rectas y planos paralelos

En el PPV las proyecciones de **D** y **A** son paralelas. También sabemos **C** y **D** se cortan porque tienen un punto en común: **P**

En el PPH las proyecciones de **D** y **A** son paralelas, por lo tanto son paralelas las rectas **D** y **A**.

A continuación se presentan tres casos hipotéticos, y seguidamente la metodología aconsejable para resolverlos:

Caso 1. Encontrar una recta paralela a un plano definido por tres puntos

- 1a. Que la recta *pase* por un punto "x" no perteneciente al plano abc.
- 1b. Que la distancia sea n unidades *arbitrarios(UA)*.
- 1c. Que la distancia entre recta y plano sea cualquiera.

Caso2. Dada una recta **M** y un plano **B** comprobar si existe paralelismo.

Soluciones: Todo se resume a cumplir con el concepto de paralelismo expresado por Donato di Pietro, encontrar una recta perteneciente al plano que sea paralelo o la recto fuera de este. En el caso la se traza una recta que pertenezca al plano **abc**, uno de sus bordes bastará, y luego se traza una recto, paralelo a la anterior, que pase por el "**x**". En el caso del problema se complica por que debemos trazar primero una recta perpendicular a una recta perteneciente al plano **abc**, y que ésta perpendicular tenga la magnitud **n** U.A. Para que podamos tener control de lo perpendicularidad, la recto que pertenece al plano debe ser paralelo a un PP. En el caso 1a es muy sencillo porque no existe restricciones a cumplir, y por lo tanto podemos colocar un punto en cualquier

lugar, siempre y cuando esté fuera del plano **abc**. Sobre ese punto que ubicamos haremos pasar una recta paralela al plano, con el mismo método empleado en

En el caso 2 se plantea el problema al revés, y donde en una de los dos proyecciones (PPH ó PPV) debemos trazar la proyección de una recta que pertenezca a al plano B y que sea paralela, en la proyección respectivo, o la proyección de M. Para comprobar el paralelismo debemos demostrar que la proyección correspondiente al otro PP, de la recta auxiliar sea también paralelo; si no es así, habremos comprobado de que la recta M no es paralela

TIPOLOGIA DE LOS PLANOS.

Los planos según sea su relación con los PP pueden ser:

HORIZOTAL

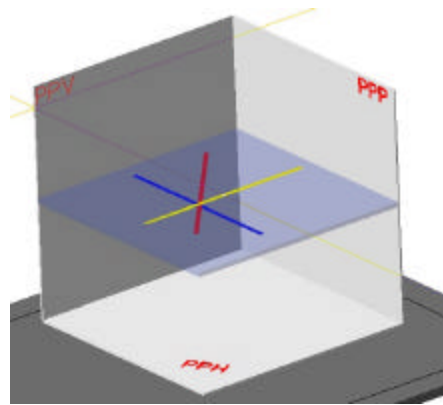


Ilustración 13 Plano Horizontal

Es aquel plano paralelo al PPH, no tiene traza en éste, y que a su vez es perpendicular a los PPV y PPF. Las trazas verticales (TV) y de Perfil (TF) son *paralelas* a LT. Si el plano es limitado, no infinito, se proyectará en los PPV y PPF como una línea recta, y en Verdadera Magnitud (V.M.) en el PPH. En rojo una recta Horizontal, en azul una recta de Punta, y en amarillo la recta Fronto-horizontal.

DE CANTO

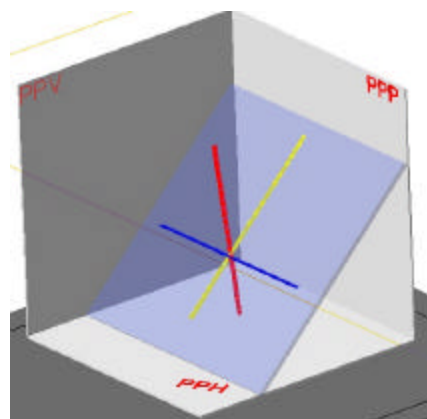


Ilustración 14 Plano de Canto

Es aquel plano perpendicular al PPV y oblicuo a los PPH y PPF. Cuando es infinito forma la traza horizontal como recta perpendicular a LT. La traza vertical nos indica en verdadera magnitud su ángulo respecto al PPH. La traza de perfil presenta horizontalidad, es decir, *paralela* a LT. Se proyectará como una línea recta en el PPV. No se proyecta en verdadera magnitud. En rojo una recta de posición cualquiera, en azul una recta de Punta, y en amarillo la recta Frontal.

FRONTAL

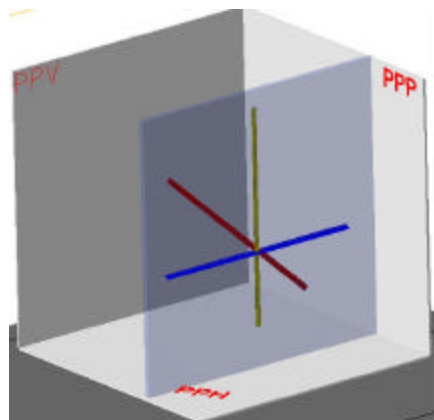


Ilustración 15 Plano Frontal

Es aquel plano paralelo al PPV, no tiene *traza* en éste, y que a su vez es perpendicular a los PPH y PPF. La traza horizontal presenta paralelismo hacia la LT; la traza de perfil se presenta como una recta perpendicular a LT. Cuando no es infinito se proyecta en V.M. en el PPV, y como una línea en los planos PPH y PPF. En rojo una recta Frontal, en azul una recta de Fronto-horizontal, y en amarillo la recta Vertical.

VERTICAL

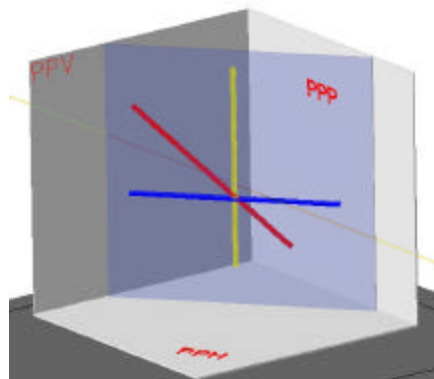


Ilustración 16 Plano Vertical

Es aquel plano perpendicular a PPH y oblicuo hacia los PPV y PPF. Su traza vertical es una línea perpendicular a LT, y una línea oblicua (con V.M. del ángulo) en su traza horizontal. No se proyecta en verdadera magnitud en ningún plano. Su proyección

horizontal es una línea recta. En rojo una recta de posición cualquiera, en azul una recta de Horizontal, y en amarillo la Vertical.

De PERFIL

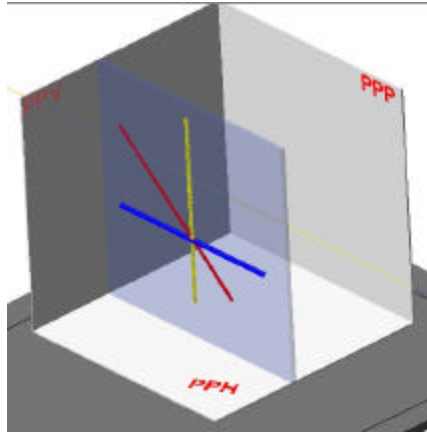


Ilustración 17 Plano de Perfil

Es aquel plano perpendicular a PPH y A PPV. Normalmente se utiliza como plano de proyección auxiliar debido a que puede contener rectas de perfil. (es aquella que contiene puntos que mantienen el mismo margen y variables las cotas y alejamientos). La traza horizontal y vertical presentan perpendicularidad respecto a LT, y carece de traza en el PPF por ser paralela a éste, que es donde refleja su verdadera magnitud. En rojo la recta de Perfil, en azul la recta de Punta, y en amarillo la recta Vertical.

PARALELO A LT

Es un plano perpendicular a PPF. Sus trazas verticales y horizontales son paralelas a LT y, al igual que el anterior, no presenta proyecciones en verdadera magnitud. Su proyección de perfil se presenta como una línea recta. Existen una variedad de planos paralelos a LT que podemos llamar también "notables" como lo son los BISECTORES que pasan por la LT y dividen, como su nombre lo indica, en dos sectores el Primer y Tercer Cuadrante, el primero: y un segundo plano bisector que divide el Segundo y Cuarto Cuadrante. Es obvio que al dividir en dos sectores los cuadrantes su inclinación, respecto a los PPH y PPV es de 45° . Todos los puntos que pertenecen a estos planos bisectores tienen la característica singular de que el valor del Alejamiento es igual al valor de la Cota, es decir que son equidistantes a los PPH y PPV.

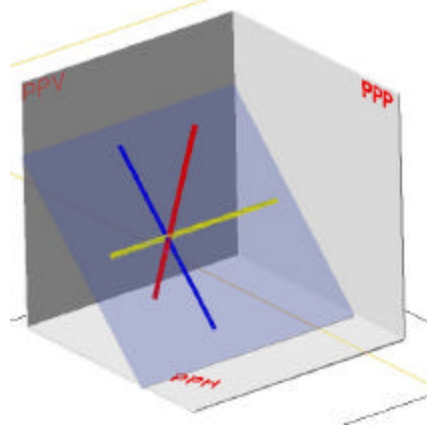


Ilustración 18 Plano Paralelo a LT

Podemos ahora preguntarnos que "rectas notables" pueden pertenecer a cada uno de los planos descritos. Nos valdremos de un cuadro para ordenar las rectas notables que le corresponden a cada plano en especial. La razón de este conocimiento se verá mas adelante cuando manipulamos los elementos tridimensionales; en especial para determinar intercepciones, verdaderas magnitudes, giros y abatimientos, etc.

NOTA ACLARATORIA:

Con los desarrollos tecnológicos actuales, especialmente en el procesamiento de datos, existe confusión sobre la capacidad que se les atribuye a los programas de dibujo y diseño por computadora (CAD).

Efectivamente existen programas para dibujar y diseñar, es decir para resolver problemas de construcción de piezas y objetos tridimensionales. Un programa que ofrece esta capacidad es el AutoCAD, pero requiere que los objetos se desarrollen en forma de sólidos. AutoCAD ofrece tres modalidades para describir cuerpos geométricos: trazo esquelético, superficies sólidas y sólidos (volúmenes).

Existe un gran diferencia entre AutoCAD y la Geometría Descriptiva tal como la conocemos. AutoCAD gestiona el diseño por medio de vistas por una parte y el Sistema de Coordenadas (UCS) y que podemos modificar a voluntad; siempre existe y mantiene todo el tiempo una Vista Base (Worldview) y una Coordenada Base (World UCS) relacionadas con las coordenadas geodésicas. Contrario a Geometría Descriptiva AutoCAD permite crear volúmenes virtuales, que incluyen material, peso, costo, etc.

Para utilizar el AutoCAD es necesario tener conocimientos de geometría, coordenadas en el espacio y mucha imaginación.

UNIVERSIDAD CENTROAMERICANA JOSÉ SIMEÓN CAÑAS

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

DEPTO. DE ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO

CUADRO 2 RECTAS NOTABLES DE LOS PLANOS

Tipo de Plano	HORIZONTALES	VERTICALES	DE PERFIL
HORIZONTAL	HORIZONTAL De PUNTA FRONTO- HORIZONTAL	FRONTO- HORIZONTAL	De PUNTA
DE CANTO	De PUNTA	FRONTAL	De PUNTA
VERTICAL	HORIZONTAL	VERTICAL	VERTICAL
FRONTAL	FRONTO- HORIZONTAL	VERTICAL FRONTAL FRONTO- HORIZONTAL	VERTICAL
DE PERFIL	De PUNTA	VERTICAL	De PERFIL VERTICAL De PUNTA
BISECTOR o PARALELO A LT	FRONTO- HORIZONTAL	FRONTO- HORIZONTAL	De PERFIL

Observase a la columna "Horizontales" que contiene a las rectas paralelas al PPH; las Verticales son las rectas paralelas al PPV, y las de Perfil paralelas a PPF. Recordemos que una recta paralela a un PP se encuentra en V.M. tanto en su dimensión como en su ángulo respecto a los otros PP.

Cuando una recta es paralela a un PP y a su vez está contenida en un plano nos será útil para demostrar u obtener perpendicularidad para otra recta; girar un plano para obtener su verdadera magnitud, y otra variedad de procesos útiles.

RECTA DE MAXIMA PENDIENTE

Una recta notable y muy útil es la Recta de Máxima Pendiente (RMP) de un plano, pues indica la inclinación del plano que la contiene respecto al PPH. Lo primero que debemos conocer es el concepto de "pendiente", que es la relación geométrica del ángulo formado por el plano y el PPH. Si un plano cualquiera forma un ángulo con el PPH puede medirse esta inclinación en sus dos componentes, la horizontal denominado base; y la componente vertical llamada altura. La relación entre base y altura se denomina pendiente y se expresa en porcentaje.

$$\text{PENDIENTE} = \frac{\text{ALTURA}}{\text{BASE}}$$

Por ejemplo un plano inclinado a 45° forma la relación base = altura por lo que anotamos la pendiente como 1/1 ó sea !00%. Una pendiente del 50% significará que la altura tiene la mitad del valor que la base. Este concepto es comúnmente empleado por

UNIVERSIDAD CENTROAMERICANA JOSÉ SIMEÓN CAÑAS

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

DEPTO. DE ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO

la Ingeniería y la Arquitectura para designar el grado de inclinación de Techas o Cubiertas, Carreteras, Topografía de los terrenos etc.

Veamos ejemplos obtenidos de la realidad:

- ✓ Un talud de tierra puede diseñarse con una pendiente del 100% en suelo rocoso.
- ✓ Un techo de teja tiene la pendiente óptima de entre el 25 al 30% de pendiente.
- ✓ La pendiente desde el eje de una calle hacia la cuneta o cordón es del 2.5%.
- ✓ La máxima pendiente permitido para una calle vehicular es del 18%, según el Reglamento de Desarrollo Urbano del Área Metropolitana de San Salvador, y en tramos no mayores de 100.00 MT de Longitud.

Lo "máxima" pendiente de un plano inclinado significa que es el porcentaje mas alto que pueda obtenerse de los componentes, base y altura, de una recta contenida en este plano. Quiere decir entonces de que pueden obtenerse varias pendientes de un plano, pero siempre habrá una máxima que reflejará la inclinación verdadera del plano respecto al PPH. Veamos como se obtiene la Recta de Máxima Pendiente:

Supongamos un plano inclinado M apoyado directamente sobre el PPH. La orilla que hace contacto con el PPH se llama *TRAZA* y allí todos los puntos tienen cota 0.

Sobre el plano M colocaremos tres rectas 1, 2 y 3. Todos parten de la cota 0 (la *TRAZA*) y continúan hacia arriba. Es posible que todas alcancen, en su punto extremo, una cota máxima, pero cada una requiere para alcanzar esa cota diferentes longitudes. Las diferentes longitudes nos darán diferentes componentes horizontales (Proyecciones Horizontales). Por lo tanto la recta que alcance la mayor altura en el tramo más corto horizontal será la R.M.P. La razón es muy sencilla, entre menor sea la base y mayor lo altura, el porcentaje crece.

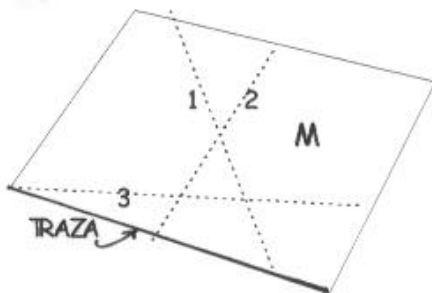


Ilustración 19 "Pendientes de un Plano"

Supongamos que la recta 1 y 2 alcanzan la mayor altura, por ejemplo 5 unidades, pero ambas presentan diferentes longitudes. La recta 1 es de mayor longitud, supongamos 7 unidades de base proyectado. Su porcentaje es 5 entre 7 ó sea aproximadamente 71.4% de pendiente. En cambio la recta 2 de menor longitud refleja una base menor, supongamos 5 unidades que equivalen a la relación de 5 entre 5, correspondientes al 100%. La recta de máxima pendiente (**RMP**) se obtiene trazando una recta perpendicular a la traza; en otras palabras la base (proyección horizontal de la **RMP**) será siempre perpendicular a la traza. Existe un hecho muy simple para explicarla,

la menor distancia entre el punto más alta de un plano y su punto mas bajo es esa perpendicular. En un sencillo experimento de física podemos colocar una esfera en parte superior de un plano inclinado; lo gravedad obligará a la esfera recorrer la distancia más corta: una perpendicular hacia la línea más baja.

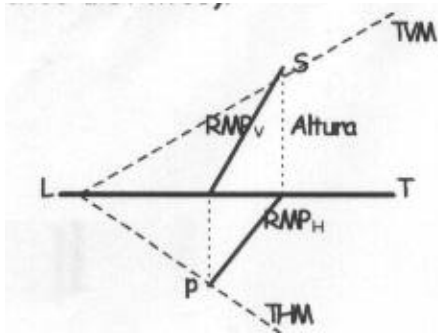


Ilustración 20 Trazo de la RMP

Utilizando el concepto de la **RMP** podemos encontrar el valor del ángulo de un plano cualquiera respecto al PPH. Por ejemplo el caso de plano M de posición cualquiera y definido por sus trazas. Si escogemos un punto "p" ubicado en la Traza Horizontal 'del plano M (THM) y trazamos una recta perpendicular hasta encontrarnos con la LT, en el punto 's' (alejamiento = 0) habremos encontrado lo Base de lo pendiente. Lo altura será la otra traza vertical de la RMP. (Recuerde que la "base" es la proyección horizontal de la RMP). La altura es el valor de la cota. del punto "s", y no necesariamente es la proyección vertical de la RMP, porque son datos distintos).